

SESSION 2022

Concours d'admission en première année
du Cycle de Formation d'Architectes
de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Épreuves écrites

MATHÉMATIQUES

Durée : 2 heures - Coefficient : 2

Note :

- Cette épreuve comprend un exercice et un problème.
- Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction des réponses au problème.
- **Les calculatrices ne sont pas autorisées.**

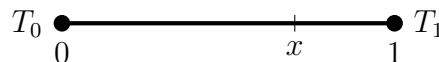
Exercice (10 points)

On ne demande aucune justification dans cet exercice. Seuls les résultats doivent être donnés.

1. Donner la limite de la suite $\frac{3 \sin(n) - 2n^2 + e^{-\sqrt{n}}}{1 + 5n + 3n^2 + 2 \ln(n+2)}$.
2. Donner la limite, quand la variable x tend vers 1, du quotient $\frac{4 - \sqrt{x^2 + 15}}{x^2 + x - 2}$.
3. Soit A la matrice $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$. Calculer A^3 .
4. Déterminer toutes les racines complexes du polynôme $X^3 + 1$.
5. Donner la valeur minimale de la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = x \ln(x)$.
6. Calculer l'intégrale $\int_0^1 x \ln(x) dx$.

Problème : équation de la chaleur. (30 points)

On considère une barre métallique de longueur 1, isolée thermiquement, sauf en chaque extrémité où elle est en contact avec un milieu à température constante.



Nous noterons $T_{eq}(x)$ la température à l'équilibre au point d'abscisse x de la barre et nous noterons T_0 et T_1 les températures imposées aux extrémités $x = 0$ et $x = 1$ de la barre. Les lois de la physique permettent de montrer qu'à l'équilibre, T_{eq} satisfait l'équation différentielle : $T_{eq}'' = 0$.

En ajoutant les conditions aux bords, la situation est modélisée par le système d'équations :

$$(P_1) : \begin{cases} \forall x \in]0, 1[, & T_{eq}''(x) = 0 \\ & T_{eq}(0) = T_0 \\ & T_{eq}(1) = T_1 \end{cases}$$

Après avoir étudié ce problème de deux façons différentes, nous étudierons comment la température évolue au cours du temps lorsqu'elle n'est pas initialement à l'équilibre.

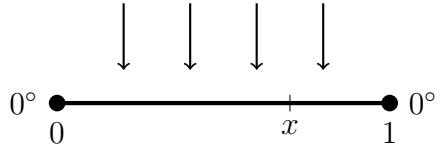
I. Préliminaires

1. Soit $a < 0$. Résoudre sur $\mathbb{R}$ les quatre équations différentielles suivantes.
(i) $y''(x) = 0$ (ii) $y''(x) = -1$ (iii) $y'(x) = ay(x)$ (iv) $y''(x) = ay(x)$
2. Soit $M = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ une matrice. Déterminer sa matrice inverse.

II. Résolution du problème

1. Déterminer l'unique solution T_{eq} du système (P_1) en fonction des températures aux bords T_0 et T_1 .
2. Représenter l'allure du graphe de la solution pour $(T_0, T_1) = (2, 10)$.

3. Étudions une variation de notre problème. On suppose qu'une source de chaleur chauffe la barre constamment et uniformément, et que celle-ci est en contact en ses extrémités avec des milieux à 0° . À l'équilibre, ce problème est modélisé par le système :

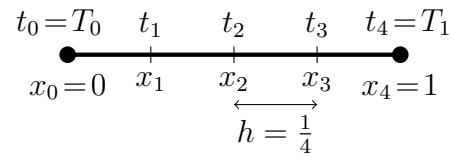
$$(P_2) : \begin{cases} \forall x \in]0, 1[, & T''_{eq}(x) + 1 = 0 \\ T_{eq}(0) = 0 \\ T_{eq}(1) = 0 \end{cases}$$


Déterminer l'unique solution de (P_2) et représenter l'allure de son graphe.

III. Résolution numérique approchée du problème

On pourrait étudier un grand nombre de variations du problème (P_1) , mais la plupart ne sont pas résolubles analytiquement. On s'en remet alors à des méthodes de résolution approchée.

On discrétise pour cela le problème en découpant l'intervalle $[0, 1]$ en quatre sous-intervalles de même longueur selon la figure ci-contre. L'objectif est alors de déterminer la température $t_i = T_{eq}(x_i)$ en chacun des points x_i de notre découpage.



1. Soit $i \in \{1, 2, 3\}$. Expliquer (sans démonstration) pourquoi il est raisonnable d'approcher $T'_{eq}(x_i + \frac{h}{2})$ par $\frac{T_{eq}(x_i + h) - T_{eq}(x_i)}{h} = \frac{t_{i+1} - t_i}{h}$.
2. Approcher de même $T'_{eq}(x_i - \frac{h}{2})$, puis justifier qu'on peut établir pour tout $i \in \{1, 2, 3\}$ l'approximation

$$T''_{eq}(x_i) \approx \frac{t_{i+1} - 2t_i + t_{i-1}}{h^2}.$$

3. À l'aide de cette approximation appliquée en x_1, x_2 et x_3 , montrer que le système (P_1) devient après discrétisation :

$$\begin{cases} -2t_1 + t_2 = -T_0 \\ t_1 - 2t_2 + t_3 = 0 \\ t_2 - 2t_3 = -T_1 \end{cases}$$

4. Résoudre ce système.
5. Qu'obtient-on pour $(T_0, T_1) = (0, 0)$ et pour $(T_0, T_1) = (2, 10)$? Comparer ces résultats à ceux obtenus à la question II-1.
6. Discrétiser de même le système (P_2) . Le résoudre et comparer la solution à celle obtenue à la question II-3.
7. Pour obtenir des résultats plus précis, on peut utiliser un découpage plus fin de l'intervalle $[0, 1]$. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on découpe l'intervalle en n sous-intervalles de taille $h_n = \frac{1}{n}$. Donner le système linéaire associé à cette nouvelle discrétisation du système (P_1) .

IV. Évolution au cours du temps.

Nous ne nous intéressons plus aux seules solutions à l'équilibre de notre problème et souhaitons décrire, pour une température initiale donnée, l'évolution de la température dans la barre au cours du temps.

Nous noterons désormais $T(x, t)$ la température au point x de la barre, à l'instant t . Les échanges thermiques dans la barre à chaque instant sont modélisés par une équation aux dérivées partielles¹. Avec les conditions aux bords nulles, nous obtenons un nouveau système d'équations :

$$(P_3) : \quad \begin{cases} \forall x \in]0, 1[, \forall t > 0, & \frac{\partial T}{\partial t}(x, t) = c \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, t) \\ \forall t > 0, & T(0, t) = 0 \\ \forall t > 0, & T(1, t) = 0 \end{cases}$$

où c est une constante positive représentant la conductivité thermique de la barre.

La résolution de ce problème classique est difficile, nous n'en étudierons que certains aspects.

1. Un exemple : montrer que la fonction T définie par $T(x, t) = \sin(3\pi x)e^{-9\pi^2 ct}$ est solution de (P_3) .
2. Soient f et g des fonctions non nulles de classe C^2 et soit $\alpha < 0$.
Montrer que si $f''(x) = \alpha f(x)$ et $g'(t) = \alpha c g(t)$, alors l'application définie par $T_s(x, t) = f(x)g(t)$ est solution de l'équation : $\frac{\partial T_s}{\partial t} = c \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2}$.
3. Les deux équations différentielles ci-dessus ont été résolues dans les préliminaires.
Montrer ainsi que pour que T_s satisfasse également les deux autres équations du système (P_3) , il faut que $\sqrt{-\alpha}$ soit un multiple entier de π .
Donner enfin l'expression générale de la solution T_s ainsi obtenue.
4. Soient T et $\tilde{T}$ des solutions de (P_3) et $\lambda \in \mathbb{R}$. Montrer que $T + \lambda \tilde{T}$ est aussi solution de (P_3) .
5. On suppose qu'à l'instant initial, la température dans la barre est donnée par $T(x, 0) = \sin(\pi x) + \frac{1}{4} \sin(3\pi x)$.
À l'aide des questions précédentes, déterminer la solution $T(x, t)$ du problème (P_3) qui satisfait cette condition pour $t = 0$.

On considère enfin le problème (P_4) , identique à (P_3) mais avec des températures aux bords T_0 et T_1 quelconques.

6. Montrer que toute solution de (P_1) est solution de (P_4) .
7. Montrer que si T et $\tilde{T}$ sont des solutions de (P_4) , alors $T - \tilde{T}$ est solution de (P_3) .
8. En déduire que toute solution de (P_4) peut s'écrire sous la forme $T_{eq} + T$ où T_{eq} est la solution à l'équilibre du problème et T est une solution quelconque de (P_3) .

1. appelée équation de la chaleur

SESSION 2022

**Concours d'admission en première année
du Cycle de Formation d'architecte
de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg**

Epreuve écrite

PHYSIQUE

Durée : 2 heures – Coefficient : 2

Calculatrice autorisée

Instructions à lire avant de remplir le document réponse :

L'épreuve est un questionnaire à choix multiples (QCM). Une bonne réponse rapporte trois points et une mauvaise réponse est sanctionnée par le retrait d'un point. En cas de doute, il vaut donc mieux ne rien répondre.

L'unique document à rendre est le document réponse qu'on aura rempli avec soin.

Exercice 1

On considère un satellite S géostationnaire (il reste constamment au-dessus d'un point de la terre).

On prendra les valeurs suivantes :

- le rayon terrestre $R_0 = 6400$ km.
- la valeur du champ de gravitation au niveau du sol $g_0 = 9,80$ N/kg.
- la durée d'un jour sidéral est $T = 23$ h 56 min.

a) Le plan auquel l'orbite de ce satellite S doit appartenir est :

- A) Le plan équatorial.
- B) Le plan de l'écliptique.
- C) Un plan méridien.
- D) Autre réponse.

Pour les questions suivantes on considèrera le satellite dans le référentiel géocentrique.

b) La période de rotation T' du satellite vaut :

- A) $T' \geq 86480$ s
- B) 86480 s $> T' \geq 86380$ s
- C) 86380 s $> T' \geq 86280$ s
- D) 86280 s $> T'$

c) La vitesse V du satellite vaut :

- A) $V \geq 3500$ m/s
- B) 3500 m/s $> V \geq 3250$ m/s
- C) 3250 m/s $> V \geq 3000$ m/s
- D) 3000 m/s $> V$

d) La valeur du champ de gravitation g_h au niveau du satellite vaut :

- A) $g_h \geq 0,4$ N/kg
- B) $0,4$ N/kg $> g_h \geq 0,3$ N/kg
- C) $0,3$ N/kg $> g_h \geq 0,2$ N/kg
- D) $0,2$ N/kg $> g_h$

e) L'altitude h du satellite vaut :

- A) $h \geq 3,65 \cdot 10^7$ m
- B) $3,65 \cdot 10^7$ m $> h \geq 3,63 \cdot 10^7$ m
- C) $3,63 \cdot 10^7$ m $> h \geq 3,59 \cdot 10^7$ m
- D) $3,59 \cdot 10^7$ m $> h$

Exercice 2

Un récipient (A) de volume $V_A = 50$ litres, contient de l'air à $T_A = 15$ °C sous une pression $P_A = 4$ bar.

Un autre récipient (B) de volume $V_B = 10$ litres, contient également de l'air à $T_B = 25$ °C sous une pression $P_B = 10$ bar. L'air sera assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29$ g.mol⁻¹. On donne $1 \text{ bar} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. La constante universelle des gaz parfait vaut $R = 8,314 \text{ J/mol/K}$.

a) Que vaut n_A la quantité de matière totale d'air contenue dans le récipient (A) ?

- A) $n_A \geq 1 \text{ mol}$
- B) $1 \text{ mol} > n_A \geq 0,1 \text{ mol}$
- C) $0,1 \text{ mol} > n_A \geq 0,01 \text{ mol}$
- D) $0,01 \text{ mol} > n_A$

b) Que vaut n_B la quantité de matière totale d'air contenue dans le récipient (B) ?

- A) $n_B \geq 1 \text{ mol}$
- B) $1 \text{ mol} > n_B \geq 0,1 \text{ mol}$
- C) $0,1 \text{ mol} > n_B \geq 0,01 \text{ mol}$
- D) $0,01 \text{ mol} > n_B$

On relie les deux récipients par un petit tuyau de volume négligeable et on laisse l'équilibre se réaliser à $T = 20$ °C.

c) Que vaut P la pression à l'équilibre ?

- A) $P \geq 7 \text{ bar}$
- B) $7 \text{ bar} > P \geq 6 \text{ bar}$
- C) $6 \text{ bar} > P \geq 5 \text{ bar}$
- D) $5 \text{ bar} > P$

d) Quelle masse d'air m a transité par le tuyau ?

- A) $m \geq 60 \text{ g}$
- B) $60 \text{ g} > m \geq 30 \text{ g}$
- C) $30 \text{ g} > m \geq 10 \text{ g}$
- D) $10 \text{ g} > m$

Exercice 3

Un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$ (initialement déchargé) est monté en série avec un interrupteur K , une source de tension continue $U = 12 \text{ V}$ et une résistance $R = 1 \text{ k}\Omega$. A $t = 0$, on ferme l'interrupteur. On enregistre la tension u_c aux bornes du condensateur en fonction du temps ainsi que le courant délivré par la source de tension (premier régime transitoire).

a) L'intensité maximale du courant $i_{\max}$ dans le circuit vaut :

- A) $i_{\max} \geq 5 \text{ mA}$
- B) $5 \text{ mA} > i_{\max} \geq 2,5 \text{ mA}$
- C) $2,5 \text{ mA} > i_{\max} \geq 1 \text{ mA}$
- D) $1 \text{ mA} > i_{\max}$

b) A $t = 10 \text{ ms}$ la tension u_c vaut :

- A) $u_c \geq 10 \text{ V}$
- B) $10 \text{ V} > u_c \geq 8 \text{ V}$
- C) $8 \text{ V} > u_c \geq 6 \text{ V}$
- D) $6 \text{ V} > u_c$

c) A $t = 30 \text{ ms}$ la tension u_c vaut ?

- A) $u_c \geq 10 \text{ V}$
- B) $10 \text{ V} > u_c \geq 8 \text{ V}$
- C) $8 \text{ V} > u_c \geq 6 \text{ V}$
- D) $6 \text{ V} > u_c$

d) Quand le régime permanent est atteint, que vaut l'intensité i délivrée par la source de tension ?

- A) $i \geq 5 \text{ mA}$
- B) $5 \text{ mA} > i \geq 2,5 \text{ mA}$
- C) $2,5 \text{ mA} > i \geq 1 \text{ mA}$
- D) $1 \text{ mA} > i$

Cinq minutes plus tard (le condensateur et la résistance étant toujours en série avec le générateur), on place en parallèle au condensateur un dipôle constitué d'un interrupteur K' (initialement ouvert) en série avec une résistance $R' = 1,5 \text{ k}\Omega$.

e) A $t = 400 \text{ s}$, on ferme K' , ce qui conduit à un deuxième régime transitoire. Juste après la fermeture de K' , que vaut le courant instantané i' délivré par la source de tension ?

- A) $i' \geq 5 \text{ mA}$
- B) $5 \text{ mA} > i' \geq 2,5 \text{ mA}$
- C) $2,5 \text{ mA} > i' \geq 1 \text{ mA}$
- D) $1 \text{ mA} > i'$

f) Quand le nouveau régime permanent est atteint, que vaut l'intensité i'' délivrée par la source de tension ?

- A) $i'' \geq 5 \text{ mA}$
- B) $5 \text{ mA} > i'' \geq 2,5 \text{ mA}$
- C) $2,5 \text{ mA} > i'' \geq 1 \text{ mA}$
- D) $1 \text{ mA} > i''$

g) Que vaut la tension u_c en régime permanent ?

- A) $u_c \geq 10 \text{ V}$
- B) $10 \text{ V} > u_c \geq 8 \text{ V}$
- C) $8 \text{ V} > u_c \geq 6 \text{ V}$
- D) $6 \text{ V} > u_c$

h) Ce second régime transitoire a été :

- A) de même durée que le premier régime transitoire.
- B) d'une durée plus longue que le premier régime transitoire.
- C) d'une durée plus courte que le premier régime transitoire.

Exercice 4

Une bouilloire sans fonctionnalité d'arrêt automatique a une puissance $P = 1500 \text{ W}$. La tension d'alimentation (tension secteur) est 230 V (valeur efficace), 50 Hz . On souhaite utiliser cette bouilloire pour chauffer, à l'air libre, un litre d'eau, initialement à la température 20°C et à la pression $P = 1 \text{ bar}$. On donne la capacité thermique massique de l'eau liquide $c = 4,18 \text{ kJ/K/kg}$ et l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau à 100°C vaut $L_v = 2,25 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}$.

a) Que vaut le temps t_1 au bout duquel l'eau se met à bouillir ?

- A) $t_1 \geq 200\text{s}$
- B) $200\text{s} > t_1 \geq 180\text{s}$
- C) $180\text{s} > t_1 \geq 150\text{s}$
- D) $150\text{s} > t_1$

On verse 85 cl d'eau bouillante hors de la bouilloire, et on oublie d'arrêter la bouilloire qui continue de chauffer et l'eau résiduelle continue de bouillir.

b) Calculer le temps t_2 au bout duquel toute l'eau résiduelle s'est vaporisée.

- A) $t_2 \geq 300 \text{ s}$
- B) $300 \text{ s} > t_2 \geq 200 \text{ s}$
- C) $200 \text{ s} > t_2 \geq 150 \text{ s}$
- D) $150 \text{ s} > t_2$

Une autre utilisation de la bouilloire est faite pendant qu'une surtension sur le réseau électrique amène durablement la tension à 245 V (valeur efficace), 50 Hz . On utilise la bouilloire pour faire chauffer 1 litre d'eau initialement à 20°C .

c) Que vaut le temps t_3 au bout duquel l'eau se met à bouillir ?

- A) $t_3 \geq 200 \text{ s}$
- B) $200 \text{ s} > t_3 \geq 180 \text{ s}$
- C) $180 \text{ s} > t_3 \geq 150 \text{ s}$
- D) $150 \text{ s} > t_3$

SESSION 2022

Concours d'admission en première année du cycle de formation d'architectes

De l'institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

NOM :

Prénom :

Centre d'écrit :

Epreuve écrite de PHYSIQUE

Epreuve écrite de PHYSIQUE

Document réponse à rendre.

Pour chaque question, cochez la case correspondant à la bonne réponse.

	A	B	C	D	Colonne réservée à la correction
Exercice 1.a					
Exercice 1.b					
Exercice 1.c					
Exercice 1.d					
Exercice 1.e					
Exercice 2.a					
Exercice 2.b					
Exercice 2.c					
Exercice 2.d					
Exercice 3.a					
Exercice 3.b					
Exercice 3.c					
Exercice 3.d					
Exercice 3.e					
Exercice 3.f					
Exercice 3.g					
Exercice 3.h					
Exercice 4.a					
Exercice 4.b					
Exercice 4.c					
Ligne réservée à la correction					

SESSION 2022

Concours d'admission en première année

du Cycle de Formation d'Architecte

de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Epreuve écrite

EXPRESSION LITTÉRAIRE ET PLASTIQUE

Durée : 4 heures – Coefficient : 4

L'épreuve d'expression littéraire et plastique est une épreuve globale de 4 heures sous-divisée en deux parties relatives à l'expression littéraire d'une part et à l'expression plastique d'autre part. Les deux parties sont d'égale valeur (coefficient 2 chacune) et notées séparément par des correcteurs différents. Le candidat a la possibilité de répartir comme il le souhaite le temps consacré aux deux parties de l'épreuve, dans la limite du temps global de 4 heures.

L'expression littéraire consiste en la production de deux textes.

L'expression plastique consiste en la production d'une réalisation plastique.

LA REPRODUCTION DE L'ŒUVRE D'ART (document 1) SERA DISTRIBUÉE AUX CANDIDATS EN DÉBUT D'ÉPREUVE

Document 1 :

Gabriele Münter, *Intérieur*, vers 1910, 53 x 71 cm, Gabriele Münter et Johannes Eichner Stiftung, Munich

Document 2 :

Extrait du poème « La Chambre double », issu du recueil *Petits poèmes en prose* (1869) de Charles Baudelaire.

La Chambre double

Une chambre qui ressemble à une rêverie, une chambre véritablement *spirituelle*, où l'atmosphère stagnante est légèrement teintée de rose et de bleu.

L'âme y prend un bain de paresse, aromatisé par le regret et le désir. — C'est quelque chose de crépusculaire, de bleuâtre et de rosâtre ; un rêve de volupté pendant une éclipse.

Les meubles ont des formes allongées, prostrées, alanguies. Les meubles ont l'air de rêver ; on les dirait doués d'une vie somnambulique, comme le végétal et le minéral. Les étoffes parlent une langue muette, comme les fleurs, comme les ciels, comme les soleils couchants. [...]

Production écrite 1 :

Vous décrirez et analyserez la reproduction de l'œuvre d'art qui vous est proposée (document 1). Vous veillerez à employer un vocabulaire précis et nuancé, à organiser votre propos et à rendre compte de l'atmosphère et des effets sensibles produits. Vous serez attentif au choix de la gamme chromatique utilisée et au cadrage. Votre texte fera environ 200 mots.

Réalisation plastique :

Imaginez l'espace rêvé par le personnage couché (document 1). Vous réaliserez une proposition plastique qui intégrera aussi bien l'espace intérieur que la vue à travers la fenêtre qui prolongerait stylistiquement l'espace proposé par Gabriele Münter. Votre réalisation devra prendre appui sur des éléments précis du texte de Charles Baudelaire (document 2).

Toute la feuille ne doit pas forcément être investie. Vous pouvez travailler sur une surface plus restreinte.

Quelques mots clés :

facture (la manière de fabriquer la matière picturale, la manière de peindre)

touche

couleurs

nuances

représentation de l'espace

composition

point de vue

cadrage

Production écrite 2 :

Vous exposerez le projet de réalisation que vous avez imaginé en justifiant tous vos choix plastiques.

Le correcteur n'aura pas la réalisation plastique sous les yeux : ce qui importe, c'est la pertinence et la cohérence de votre projet, indépendamment de la qualité de votre proposition plastique.

Votre texte rendra compte de votre interprétation personnelle des supports qui vous ont été soumis et de la manière dont ils vous ont inspiré(e), de votre créativité, et de votre aptitude à argumenter pour soutenir votre production. Votre texte fera entre 200 et 300 mots.

Une attention particulière sera portée à la qualité de la langue dans les deux productions écrites.

Document 1 :

Gabriele Münter, *Intérieur*, vers 1910, 53 x 71 cm, Gabriele Münter et Johannes Eichner Stiftung, Munich.

