SESSION 2016

Concours d'admission en première année

du Cycle de Formation d'Architectes

de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Épreuves écrites

MATHÉMATIQUES

Durée : 2 heures - Coefficient : 2

Note :

- Cette épreuve comprend un problème et un questionnaire.
- Le document annexe prévu pour les réponses au questionnaire doit être rendu avec la copie.
- Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction.
- **Les calculatrices ne sont pas autorisées.**

Problème : système de suites récurrentes (14 points)

On considère les suites réelles $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies récursivement par $u_0 \in \mathbb{R}$, $v_0 \in \mathbb{R}$ et

$$\begin{cases} u_{n+1} &= 3u_n - 2v_n \\ v_{n+1} &= 2u_n - 2v_n \end{cases}$$

L'objectif de ce problème est de déterminer l'expression de u_n et v_n en fonction de n, u_0 et v_0.
La partie 1 est indépendante des parties 2 et 3.

1. **Espace des solutions**

   Notons $\mathcal{S}$ l'ensemble des couples de suites réelles vérifiant les relations de récurrences ci-dessus.

   (a) Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ des suites formant un couple appartenant à $\mathcal{S}$ et soient $(u'_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v'_n)_{n\in\mathbb{N}}$ un autre couple de $\mathcal{S}$.
   Montrer que les suites $(u_n + u'_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n + v'_n)_{n\in\mathbb{N}}$ forment encore un couple de suites de $\mathcal{S}$.

   (b) Montrer que $\mathcal{S}$ est un sous-espace vectoriel de l'espace des couples de suites réelles.

   (c) Montrer que $\mathcal{S}$ est de dimension 2.

2. **Étude de la matrice du système**

   Jusqu'à la fin du problème, $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ désignent des suites solutions du problème.
   Notons $M = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice identité, et pour $n \in \mathbb{N}$, $X_n = \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}$.

   (a) Exprimer X_{n+1} en fonction de M et X_n.

   (b) En déduire l'expression de X_n en fonction de M, n et X_0.

   (c) Vérifier que $M - 2I$ est une matrice non inversible.

   (d) Déterminer l'autre valeur $\lambda \in \mathbb{R}$ telle que $M - \lambda I$ soit non inversible.

   (e) Soit w_2 le vecteur ligne $\begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix}$.
   Calculer le produit $w_2 M$ et exprimer le résultat en fonction de w_2.

   (f) Déterminer un vecteur $w_\lambda = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ non nul tel que $w_\lambda M = \lambda w_\lambda$.

3. **Résolution du problème**

   Pour $n \in \mathbb{N}$, posons $r_n = 2u_n - v_n$ et $s_n = au_n + bv_n$.

   (a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $r_{n+1} = 2r_n$.
   En déduire l'expression de r_n en fonction de n et de r_0.

   (b) Déterminer de même l'expression de s_n en fonction de n et de s_0.

   (c) Exprimer u_n et v_n en fonction de r_n et s_n.

   (d) En déduire les expressions de u_n et de v_n en fonction de n, u_0 et v_0.

Questionnaire (10 points)

On donnera, sans justification, les réponses aux questions sur la feuille-réponse (en annexe). 1 point par bonne réponse.

1. Donner une racine dans $\mathbb{C}$ du polynôme $X^2 + (1+i)X - 2i$.

2. Soient a, b, c et d des nombres réels. Déterminer le déterminant de la matrice
$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & a & c & d \\ a & a & a & d \\ a & a & a & a \end{pmatrix}.$$

3. Déterminer la fonction réelle f dérivable sur $\mathbb{R}$ vérifiant $3f' - 2f = 5$ et $f(0) = 7$.

4. Combien de solutions réelles possède l'équation $e^x + e^{-2x} = 5$?

5. Déterminer l'aire de la partie Ω du plan définie par
$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 1, y < 1, y - 2x > -3\}.$$

6. Soient $u = (3, -1, 2)$, $v = (1, 1, -5)$ et $w = (1, 2, a)$. Déterminer une valeur réelle de a pour laquelle (u, v, w) forme une famille liée de $\mathbb{R}^3$.

7. Déterminer la dimension du sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^5$ défini par
$$\{(v, w, x, y, z) \in \mathbb{R}^5 \mid v + w = 0, w + x = 0, x + y = 0, y + z = 0\}.$$

8. Calculer $\displaystyle\int_{-1}^{1} \sqrt{1 - x^2}dx$.

9. Déterminer les bornes supérieure et inférieure de la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par
$$g(x) = \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{\sqrt{x}}.$$

10. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie récursivement par $w_0 = -10$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ \ w_{n+1} = \frac{w_n}{3} + 2$. Quel est le comportement limite de cette suite ?

SESSION 2016

Concours d'admission en première année
du Cycle de Formation d'Architectes
de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Nom :

Prénom :

Centre d'écrit : **Épreuve écrite : MATHÉMATIQUES**

Épreuve écrite : MATHÉMATIQUES

Feuille-réponse à rendre obligatoirement avec la copie

ANNEXE
(Réponses du Questionnaire)

Question 1		Question 6	
Question 2		Question 7	
Question 3		Question 8	
Question 4		Question 9	
Question 5		Question 10	

SESSION 2016

Concours d'admission en première année du Cycle de formation d'Architectes de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Epreuves écrites

PHYSIQUE

Calculatrice autorisée

Durée : 2 heures – Coefficient : 2

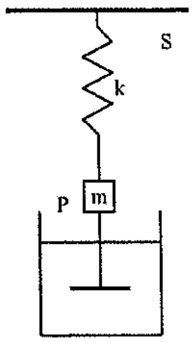
Instructions à lire avant de remplir le document réponse :

L'épreuve est un questionnaire à choix multiples (QCM). Une bonne réponse rapporte un point et une mauvaise réponse est sanctionnée par le retrait d'un point. En cas de doute, il vaut donc mieux ne rien répondre.

<u>L'unique document à rendre est le document réponse</u> qu'on aura rempli avec soin.

Exercice 1.

On donne le champ de pesante : $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$. Un corps de masse $m=2kg$ et repéré par P est suspendu à un support fixe S par un ressort de raideur $k=2450N.m^{-1}$. Il est lié à un petit plateau plongeant dans un liquide en permanence qui exerce sur lui une force $-f\cdot\vec{v}$ proportionnelle à sa vitesse $\vec{v}$, où f est variable. Dans un premier temps $f=1400N.s.m^{-1}$ (questions a,b,c,d).



a) Calculer l'allongement $\Delta\ell$ du ressort à l'équilibre.

A. $\Delta\ell < 1mm$
B. $1mm < \Delta\ell < 3mm$
C. $3mm < \Delta\ell < 6mm$
D. $\Delta\ell > 6mm$

b) On repère la position de P par son abscisse comptée positivement vers le bas en prenant pour origine cette position d'équilibre. On applique à P une force supplémentaire égale à son poids et dirigée vers le bas et on attend son immobilisation : par rapport à la position d'origine on a une position X_0.

A. $X_0 < 1mm$
B. $1mm < X_0 < 3mm$
C. $3mm < X_0 < 6mm$
D. $X_0 > 6mm$

c) A l'instant 0, on supprime cette force. Déterminer un ordre de grandeur du temps T au bout duquel le mobile ne s'écarte pas de sa position d'équilibre de plus de 5% de X_0.

A. $T < 0{,}1s$
B. $0{,}1s < T < 0{,}5s$
C. $0{,}5s < T < 1s$
D. $T > 1s$

d) Pendant cette opération déterminer la puissance maximale P développée par la force du plateau.

A. $P < 0{,}1W$
B. $0{,}1W < P < 0{,}5W$
C. $0{,}5W < P < 1W$
D. $P > 1W$

e) P est à nouveau en équilibre et maintenant $f=14$ N.s.m^{-1}. A l'instant 0, on déplace très rapidement de 0.1m le support S vers le bas. A quel instant t_0 P est-il au plus bas

A. $t_0 < 0{,}01$s
B. $0{,}01s < t_0 < 0{,}05s$
C. $0{,}05s < t_0 < 0{,}1s$
D. $t_0 > 0{,}1s$

f) De quelle hauteur h_0 est-il descendu à cet instant par rapport à la position initiale ?

A. $h_0 < 10mm$
B. $10mm < h_0 < 50mm$
C. $50mm < h_0 < 100mm$
D. $h_0 > 100mm$

Exercice 2.

Un condensateur de capacité C est placé en série avec une résistance R de 1kΩ, un générateur de tension de 6V et un interrupteur K. à l'instant initial on ferme l'interrupteur. On mesure la tension u aux bornes du condensateur à t=1s on trouve u(1s)=3V, de même pour t=3s, u(3s)=6V et pour t=20s, u(20s)=6V.

a) La capacité C du condensateur vaut :

A. $C < 1\ \mu F$
B. $1\ \mu F < C < 100\ \mu F$
C. $100\ \mu F < C < 1000\ \mu F$
D. $C > 1000\ \mu F$

b) Pendant le régime transitoire, l'énergie W dissipée dans la résistance vaut :

A. W < 1 mJ
B. 1 mJ < W < 5 mJ
C. 5 mJ < W < 500 mJ
D. 500 mJ < W

c) On ajoute une bobine d'inductance propre L en série dans le circuit électrique précédent et on place une résistance de 1 Ω en parallèle sur la résistance de 1 kΩ puis on refait l'expérience en fermant l'interrupteur, en partant de conditions initiales nulles. La tension maximale aux bornes du condensateur vaut 10V pendant le régime transitoire. L'inductance L vaut :

A. $L < 1\ \mu H$
B. $1\ \mu H < L < 100\ \mu H$
C. $100\ \mu H < L < 1$ mH
D. 1 mH< L

d) Pendant le régime transitoire, l'énergie W' dissipée dans le circuit vaut :

A. W' < 1 mJ
B. 1 mJ < W' < 5 mJ
C. 5 mJ < W'<500 mJ
D. 500 mJ < W'

Exercice 3.

Un solénoïde infiniment long, de rayon 7,0 cm de densité linéique 10 spires par cm, est parcouru par un courant de 20,0 mA. Un fil rectiligne infiniment long qui coïncide avec l'axe du solénoïde est parcouru par un courant de 6,0 A. On prendra $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ H.m^{-1}$

a) A quelle distance radiale de l'axe la direction du champ magnétique total fera-t-elle un angle de 45° avec l'axe du solénoïde ?

A. 3,45 cm
B. 4,78 cm
C. 6,07 cm
D. 7,73 cm

b) Déterminer la norme du champ magnétique à la position de la question précédente.

A. 35,2 μT
B. 78,4 μT
C. 125,2 μT
D. 359,1 μT

Exercice 4.

Dans un calorimètre, on place 200 g d'aluminium de capacité thermique massique $900\,J.kg^{-1}.K^{-1}$ à 100°C dans 50 g d'eau de capacité thermique massique $4{,}18\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$ à 20°C.

a) Déterminer la température d'équilibre du système.

A. 27°C
B. 41°C
C. 57°C
D. 69°C

b) Déterminer la variation d'entropie de l'aluminium.

A. $-22{,}1\,J.K^{-1}$
B. $-13{,}8\,J.K^{-1}$
C. $11{,}9\,J.K^{-1}$
D. $32{,}4\,J.K^{-1}$

c) Déterminer la variation d'entropie de l'eau.

A. $-28{,}5\,J.K^{-1}$
B. $-15{,}7\,J.K^{-1}$
C. $16{,}3\,J.K^{-1}$
D. $24{,}9\,J.K^{-1}$

d) Déterminer la variation d'entropie du système aluminium - eau.

A. $-8{,}5\,J.K^{-1}$
B. $-3{,}7\,J.K^{-1}$
C. $2{,}8\,J.K^{-1}$
D. $6{,}1\,J.K^{-1}$

Exercice 5

On s'intéresse à ce qui suit à un télémètre laser (appareil de mesure de distances) utilisé dans l'environnement naturel terrestre. Le principe de la mesure consiste à mesurer le temps mis par une impulsion laser pour aller de l'émetteur au récepteur (les deux étant intégrés au même boîtier) après réflexion par une cible dont on souhaite mesurer la distance à l'appareil. Ce temps est appelé « temps de vol ».
On appelle c, la vitesse de la lumière, $c = 3{,}0.10^{8}\ m.s^{-1}$.

a) Pour une cible située à $D = 100\ m$, déterminer le temps de vol mesuré.

E. 333 ns
F. 667 ns
G. 333 µs
H. 667 µs

b) On considère la vitesse de la lumière comme étant rigoureusement constante. On souhaite une précision relative de 10^{-4} sur la distance. Quelle doit être la précision relative de la mesure du temps de vol ?

A. 10^{-3}
B. 2.10^{-3}
C. 10^{-4}
D. 2.10^{-4}

c) L'hypothèse de la vitesse de la lumière rigoureusement constante est-elle correcte dans ce contexte ?
A. Vrai
B. Faux

d) Déterminer la précision absolue souhaitée de la mesure du temps de vol pour la cible située à $D = 100\ m$.
A. 3,3 ps
B. 6,6 ps
C. 33,3 ps
D. 66,7 ps

SESSION 2016

Concours d'admission en première année du cycle de formation d'Architectes
de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Épreuve écrite

RÉSUMÉ DE TEXTE

Durée : 2 heures – Coefficient : 2

1. Résumez en 200 mots (+ ou – 10%) le texte ci-après.
2. Indiquez très synthétiquement, en une ou deux phrases, quel est le thème central traité dans ce texte.
3. Exposez en une dizaine de lignes maximum vos opinions propres autour du thème central que vous venez de repérer.

Important : le candidat inscrira très lisiblement le nombre de mots utilisés pour le résumé.

Au chapitre II de La Curée, *roman écrit par Émile Zola, un retour en arrière présente un moment décisif dans la vie de l'un des acteurs principaux du récit, Saccard, qui tirera profit des grands travaux d'Haussmann à Paris.*

Deux mois avant la mort d'Angèle, il l'avait menée, un dimanche, aux buttes Montmartre. La pauvre femme adorait manger au restaurant ; elle était heureuse, lorsque, après une longue promenade, il l'attablait dans quelque cabaret de la banlieue. Ce jour-là, ils dînèrent au sommet des buttes, dans un restaurant dont les fenêtres s'ouvraient sur Paris, sur cet océan de maisons aux toits bleuâtres, pareils à des flots pressés emplissant l'immense horizon. Leur table était placée devant une des fenêtres. Ce spectacle des toits de Paris égaya Saccard. Au dessert, il fit apporter une bouteille de bourgogne.

Il souriait à l'espace, il était d'une galanterie inusitée. Et ses regards, amoureusement, redescendaient toujours sur cette mer vivante et pullulante, d'où sortait la voix profonde des foules. On était à l'automne ; la ville, sous le grand ciel pâle, s'alanguissait, d'un gris doux et tendre, piqué çà et là de verdures sombres, qui ressemblaient à de larges feuilles de nénuphars nageant sur un lac ; le soleil se couchait dans un nuage rouge, et, tandis que les fonds s'emplissaient d'une brume légère, une poussière d'or, une rosée d'or tombait sur la rive droite de la ville, du côté de la Madeleine et des Tuileries. C'était comme le coin enchanté d'une cité des Mille et une Nuits, aux arbres d'émeraude, aux toits de saphir, aux girouettes de rubis. Il vint un moment où le rayon qui glissait entre deux nuages fut si resplendissant, que les maisons semblèrent flamber et se fondre comme un lingot d'or dans un creuset.

— Oh ! Vois, dit Saccard, avec un rire d'enfant, il pleut des pièces de vingt francs dans Paris !

Angèle se mit à rire à son tour, en accusant ces pièces-là de n'être pas faciles à ramasser. Mais son mari s'était levé, et, s'accoudant sur la rampe de la fenêtre :
— C'est la colonne Vendôme, n'est-ce pas, qui brille là-bas ?... Ici, plus à droite, voilà la Madeleine... Un beau quartier, où il y a beaucoup à faire... Ah ! Cette fois, tout va brûler ! Vois-tu ?... On dirait que le quartier bout dans l'alambic de quelque chimiste.

Sa voix demeurait grave et émue. La comparaison qu'il avait trouvée parut le frapper beaucoup. Il avait bu du bourgogne, il s'oublia, il continua, étendant le bras pour montrer Paris à Angèle qui s'était également accoudée à son côté :

— Oui, oui, j'ai bien dit, plus d'un quartier va fondre, et il restera de l'or aux doigts des gens qui chaufferont et remueront la cuve. Ce grand innocent de Paris ! Vois donc comme il est immense et comme il s'endort doucement ! C'est bête, ces grandes villes ! Il ne se doute guère de l'armée de pioches qui l'attaquera un de ces beaux matins, et certains hôtels de la rue d'Anjou ne reluiraient pas si fort sous le soleil couchant, s'ils savaient qu'ils n'ont plus que trois ou quatre ans à vivre.

Angèle croyait que son mari plaisantait. Il avait parfois le goût de la plaisanterie colossale et inquiétante. Elle riait, mais avec un vague effroi, de voir ce petit homme se dresser au-dessus du géant couché à ses pieds, et lui montrer le poing, en pinçant ironiquement les lèvres.

— On a déjà commencé, continua-t-il. Mais ce n'est qu'une misère. Regarde là-bas, du côté des Halles, on a coupé Paris en quatre...

Et de sa main étendue, ouverte et tranchante comme un coutelas, il fit signe de séparer la ville en quatre parts.

— Tu veux parler de la rue de Rivoli et du nouveau boulevard que l'on perce ? demanda sa femme.

— Oui, la grande croisée de Paris, comme ils disent. Ils dégagent le Louvre et l'Hôtel de Ville. Jeux d'enfants que cela ! C'est bon pour mettre le public en appétit... Quand le premier réseau sera fini, alors commencera la grande danse. Le second réseau trouera la ville de toutes parts, pour rattacher les faubourgs au premier réseau. Les tronçons agoniseront dans le plâtre... Tiens, suis un peu ma main. Du boulevard du Temple à la barrière du Trône, une entaille ; puis de ce côté, une autre entaille, de la Madeleine à la plaine Monceau ; et une troisième entaille dans ce sens, une autre dans celui-ci, une entaille là, une entaille plus loin, des entailles partout ; Paris haché à coups de sabre, les veines ouvertes, nourrissant cent mille terrassiers et maçons, traversé par d'admirables voies stratégiques qui mettront les forts au cœur des vieux quartiers.

La nuit venait. Sa main sèche et nerveuse coupait toujours dans le vide. Angèle avait un léger frisson, devant ce couteau vivant, ces doigts de fer qui hachaient sans pitié l'amas sans bornes des toits sombres. Depuis un instant, les brumes de l'horizon roulaient doucement des hauteurs, et elle s'imaginait entendre, sous les ténèbres qui s'amassaient dans les creux, de lointains craquements, comme si la main de son mari eût réellement fait les entailles dont il parlait, crevant Paris d'un bout à l'autre, brisant les poutres, écrasant les moellons, laissant derrière elle de longues et affreuses blessures de murs croulants. La petitesse de cette main, s'acharnant sur une proie géante, finissait par inquiéter ; et, tandis qu'elle déchirait sans effort les entrailles de l'énorme ville, on eût dit qu'elle prenait un étrange reflet d'acier dans le crépuscule bleuâtre.

Émile Zola, *La Curée*, 1871

SESSION 2016

Concours d'admission en première année

du cycle de formation d'Architectes

de l'Institut National des Sciences Appliquées de

Strasbourg

Epreuve écrite

ILLUSTRATION LIBRE DU TEXTE DE L'EPREUVE DE RESUME

Durée : 2 heures – Coefficient : 2

Cette épreuve prolonge et complète l'épreuve précédente (« Résumé de texte ») en s'appuyant sur le même extrait de La Curée, de Zola.

Il est cette fois demandé au candidat de l'interpréter librement, sur le format de papier mis à sa disposition (une seule face), en utilisant tous les moyens d'expression graphique appropriés — crayon, crayons de couleur, pastel, peinture etc... — à l'exclusion des techniques à séchage lent.

Si la liberté technique est réelle, il est cependant attendu du candidat qu'il remarque que le texte n'est pas seulement une description du lieu mais qu'il suggère une perception sensible de ce dernier. L'attention est donc attirée sur la recherche de la restitution en deux dimensions des qualités spatiales spécifiques de ce qui est évoqué : profondeur, épaisseur, ombres et lumières, mais aussi atmosphère, ambiance, équilibre et harmonie du lieu.

Nota :

Cette épreuve doit permettre d'évaluer les aptitudes du candidat indépendamment d'une éventuelle ou réelle compétence graphique.

Les qualités attendues sont :

- une pertinence du choix de la représentation par référence au texte
- une sensibilité dans la compréhension et la représentation de l'espace
- une cohérence dans l'organisation de l'image produite